Lunghezza della linea di trasmissione per l'alimentazione di un'antenna

Penso che ogni tanto sia conveniente eseguire un ripasso di alcune nozioni fondamentali sulle basi delle linee di trasmissione di antenna. La causa scatenante di questo mio revival è stata determinata dal mio girovagare per le frequenze e "piluccando" in ascolto qua e là sui vari QSO. Ho ascoltato una ridda di strane e quantomeno istrionesche spiegazioni riguardanti le linee di trasmissione e la loro lunghezza. Il più delle volte a domande dirette sul perché di tali spiegazioni, la risposta era l'inevitabile "me lo ha detto un amico al quale lo ha insegnato un suo conoscente che è un grande esperto". Spesso, invece, le spiegazioni mi hanno davvero affascinato in quanto rasentavano il bizzarro e, a volte, l'esoterismo. La popolazione dei frequentatori dell'etere (inteso come mezzo trasmissivo e non come anestetico) è estremamente varia e, tra questi, troneggia una categoria di individui che hanno una risposta sempre pronta a qualsiasi domanda viene posta loro. Costoro, in realtà, non si sono mai spinti oltre la nozione superficiale dei fenomeni fisici che regolano la nostra attività e, nel caso non riescano a spiegarsi un fenomeno, si creano delle teorie personali e quantomai fantasiose che ne giustificano il funzionamento senza prendersi troppo cura di approfondire la materia. Sono proprio questi ultimi che il più delle volte si ergono nei QSO spezzando il pane della scienza e, se messi di fronte a domande precise che richiedono un dettaglio, questi glissano adducendo la complessità degli argomenti e quindi la non trattabilità nel corrente QSO. Personalmente capisco benissimo di essere stato un po' duro in tale schematizzazione ma sono convinto che se non si vuole rimanere degli "schiacciabottoni", ed invece si vuole ottenere una crescita dall'esercizio del nostro hobby, occorre sacrificare un po' di quel tempo passato a fare prove microfoniche e lettura di cataloghi variopinti per devolverlo ad un paziente ed umile approfondimento che darà certamente i suoi frutti negli anni successivi. Non bisogna poi trascurare un altro aspetto che trae vantaggio dalla conoscenza delle leggi fisiche che regolano la nostra attività radiantistica: lo studio di queste ultime permette l'ottimizzazione al meglio dei parametri che costituiscono il nostro "sistema radio + antenna" e quindi favorisce sicuramente il miglioramento della trasmissione e della ricezione rendendo possibili collegamenti con rapporti migliori.

Occorre perciò fare un po' di chiarezza su alcuni concetti e, per fare questo, è necessario rispolverare alcune nozioni attraverso le quali si otterrà la spiegazione del perché le linee di trasmissione hanno lunghezze particolari.

Vi prometto che, eccetto le prime due relazioni iniziali, tutte le operazioni matematiche utilizzate nel corso dell'articolo saranno le quattro fondamentali: moltiplicazione, divisione, addizione e sottrazione.

La linea di trasmissione

Facciamo alcuni richiami sulle linee di trasmissione e sui parametri fondamentali quali la velocità di fase, la lunghezza d'onda, la lunghezza elettrica, il coefficiente di riflessione, il rapporto di onde stazionarie.

Generalmente, il radioamatore ogni volta che si appresta ad alimentare una antenna utilizza principalmente due tipi di trasmissione: la linea bifilare o "scaletta" che è di tipo bilanciato, e la linea in cavo coassiale che invece è non bilanciata. In **figura 1** è rappresentata una linea generica terminata su di un carico ZL ed è indicata con x=0 tale posizione lungo la linea; tutti i punti a sinistra del carico, cioè verso il generatore, sono perciò espressi con x negativo. La linea così disegnata è un sistema detto a "costanti distribuite" cioè è schematizzabile attraverso tantissime celle RLC lungo tutto il tracciato degli elementi conduttori, dove con dx è indicato il tratto di lunghezza infinitesima della linea che rappresenta la singola cella. Se, per ogni cella infinitesima, si ipotizza di trascurare la resistenza in serie Rdx e così pure la conduttanza Gdx, allora si dice che la linea è priva di perdite e i segnali tensione e corrente non subiranno attenuazioni lungo il percorso. Orbene, la trattazione matematica che vi risparmio per non addormentarvi e soprattutto per non ricevere improperi, è basata su filze di derivate parziali e altre amenità varie e si conclude con la formulazione di un sistema di due equazioni (dette dei telefonisti o telegrafisti) che esprime l'andamento della tensione e della corrente lungo la linea e dalla sorgente al carico.

$$V(x) = Vd e^{-j\beta x} + Vr\, e^{j\beta x}$$

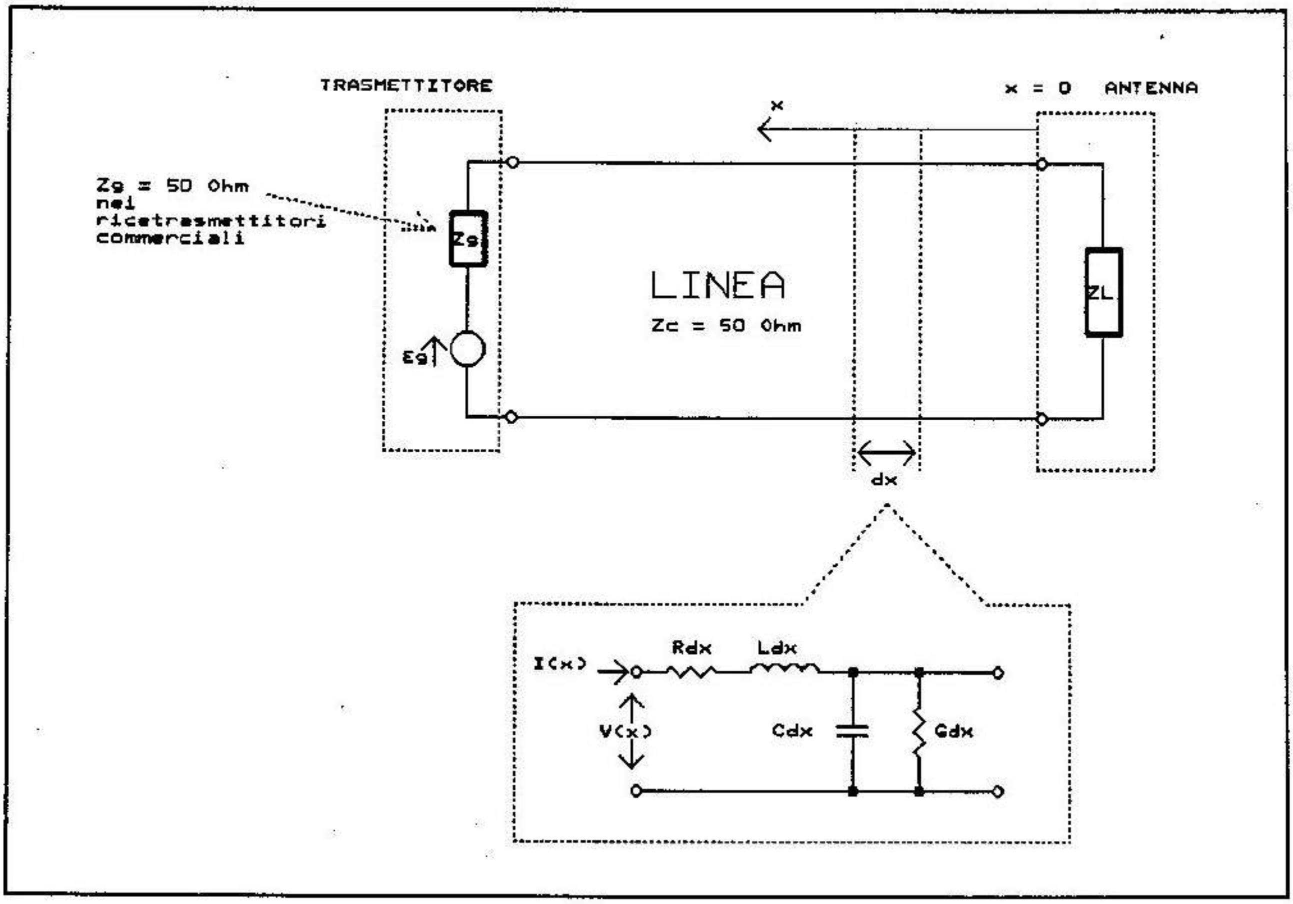
$$I(x) = \frac{Vd}{Z_c} e^{-j\beta x} - \frac{Vr}{Z_c} e^{j\beta x}$$

dove x è il punto generico lungo la linea, Vd e Vr sono rispettivamente la componente diretta e la componente riflessa della tensione sul carico (cioè per x=0), β è la costante di fase della linea e Z_c è l'impedenza caratteristica della linea.

Quest'ultima è un parametro fondamentale presente nel sistema di equazioni dei telefonisti e, nel caso ipotizzato di una linea senza perdite vale

$$Z_c = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

avendo supposti inesistenti le resistenze R e le conduttanze G. Come si vede l'impedenza caratteristica è una costante in quanto dipende esclusivamente dal rapporto L/C e i cavi coassiali più diffusi in campo radioamatoriale hanno la Z_c di 50-52 Ohm oppure 75 Ohm.



① **Generica linea di trasmissione.**

Non lasciatevi impressionare dal sistema di equazioni viste in quanto il loro significato è più semplice di quanto pensiate. Innanzitutto possiamo dire che la forma

$Vd \cdot e^{-j\beta x}$

è la rappresentazione esponenziale di un numero complesso, ed è equivalente alla rappresentazione trigonometrica

$Vd \cdot (\cos \beta x - j \operatorname{sen} \beta x)$

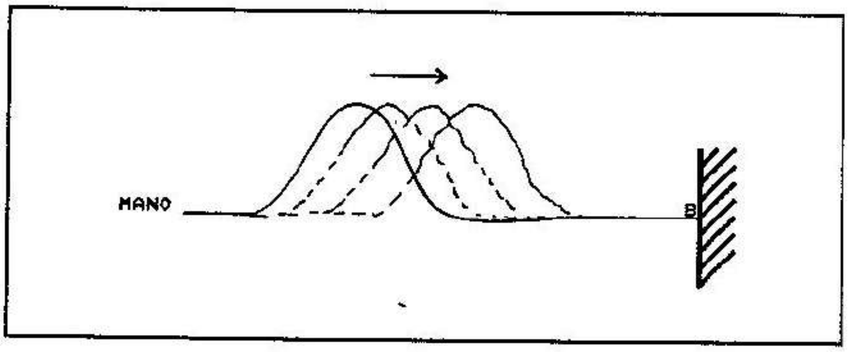
oppure a quella cartesiana

$a + jb$ con: $a = Vd \cos \beta x$
$b = - Vd \operatorname{sen} \beta x$

Queste tre rappresentazioni sono tutte equivalenti tra loro e saranno utilizzate indifferentemente nel corso dell'articolo a seconda dei casi.
Ora vediamo, attraverso un esempio, di ricavare il significato fisico delle equazioni dei telefonisti. Se si prende un pezzo di fune e la si fissa ad un estremo B e la si fa vibrare con una mano all'altro estremo, si noterà un'onda che si propagherà lungo la fune dall'estremo della vostra mano verso l'altro estremo vincolato, come nel disegno di **figura 2.**
Questa onda, nella prima equazione della tensione, è rappresentata dal termine:

$Vd \cdot e^{-j\beta x}$

ed è l'onda diretta che parte dal trasmettitore e raggiunge l'antenna. Quando tale onda raggiunge il punto il cui estremo è vincolato, sono possibili due casi:
1 - l'onda viene assorbita totalmente e non si verifica niente altro
2 - l'onda non viene assorbita totalmente ma viene riflessa verso l'estremo libero come nel disegno di **figura 3.**
Nel primo caso si dice che non si ha riflessione e la prima equazione della tensione si riduce al solo termine diretto visto prima, mentre nel secondo caso, l'onda



② Esempio di propagazione dell'onda diretta.

riflessa è espressa dal secondo termine

$Vr \cdot e^{j\beta x}$

Quando non si ha riflessione si dice, come vedremo in seguito, che il rapporto di onde stazionarie ROS vale 1 e, viceversa, quando si ha una componente riflessa si ha che il ROS è maggiore di 1. Vedremo in seguito come calcolare il ROS lungo una linea e giungeremo così alla lunghezza particolare che conviene utilizzare tra il trasmettitore e l'antenna.
La somma dei due termini diretto e riflesso esprime l'andamento della tensione in un qualsiasi punto x della linea e l'onda risultante da questa somma è detta onda stazionaria in quanto i suoi punti di massimo e di minimo non si spostano lungo la linea e sono situati a distanze ben precise. Se per assurdo riuscissimo a porci come osservatori in un punto generico x della linea e filmassimo l'andamento della tensione in quel punto vedremmo che questa è la sovrapposizione dei due termini esponenziali riportati nella prima equazione del sistema. La forma

$V_d(x) = Vd \cdot e^{-j\beta x}$

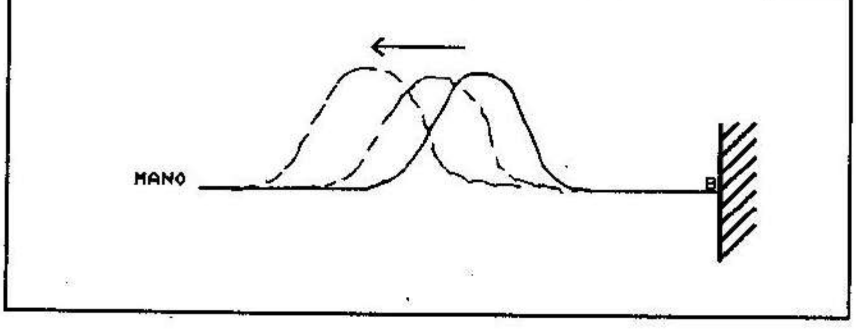
rappresenta la componente diretta del segnale tensione nel punto generico x. Tale segnale di tensione si propaga dalla sorgente al carico e viaggia lungo la linea con velocità finita Vf detta velocità di fase espressa da:

$$Vf = \frac{2\pi f}{\beta} = \frac{\omega}{\beta}$$

poiché $\omega = 2 \pi f$.
Mentre

$V_r(x) = Vr \cdot e^{j\beta x}$

rappresenta la componente riflessa che viaggia dal carico alla sorgente e passa per il punto x. Ovviamente la $V_d(x)$ e la $V_r(x)$, nel punto x=0 e cioè sul carico di antenna come raffigurato in



③ Esempio di propagazione dell'onda riflessa.

figura 1, saranno rispettivamente:

$$V_d(x=0) = V_d \cdot (\cos 0 - j\text{sen } 0) = V_d$$
$$V_r(x=0) = V_r \cdot (\cos 0 + j\text{sen } 0) = V_r$$

Come visto in **figura 1**, poiché è presente un generatore di tensione ed un carico ZL, è ovvio che circolerà una corrente I(x) lungo la linea anch'essa dipendente dal punto x lungo la linea. La corrente si ottiene dividendo la tensione V(x) per l'impedenza caratteristica della linea Zc ottenendo perciò la seconda equazione dei telefonisti.

Ora procediamo in modo da arrivare ad una formulazione numerica dei concetti espressi prima ed introduciamo una nuova grandezza denominata lunghezza d'onda λ che è espressa dalla velocità di fase diviso la frequenza e rappresenta la distanza percorsa dall'onda di tensione o di corrente in un intervallo di tempo T (infatti lo spazio è uguale alla velocità per il tempo).

$$\lambda = Vf \cdot T = \frac{Vf}{f} = \frac{\omega}{f\beta} = \frac{2\pi f}{f\beta} = \frac{2\pi}{\beta}$$

Questa relazione è estremamente importante in quanto dimostra che la lunghezza d'onda di una linea di trasmissione è funzione solamente della costante di fase.

Come tutti sanno, le grandezze elettriche derivate quali corrente e tensione percorrono un conduttore posto nello spazio vuoto con la velocità della luce pari a 300.000 Km/sec.

Questo però non vale se il conduttore è immerso in un materiale fisico le cui caratteristiche differiscono da quelle del vuoto. In questo caso la velocità è inferiore a quella della luce ed è dipendente da alcuni parametri costitutivi del materiale stesso. Il termine che esprime di quanto si deve moltiplicare la velocità della luce per ottenere la velocità nel conduttore in condizioni reali è il "fattore di velocità K" del quale molti di voi avranno sentito parlare; vediamo come si ottiene e da cosa dipende.

Abbiamo visto precedentemente che, in una linea priva di perdite come quella ipotizzata, la costante di fase è funzione della capacità e induttanza distribuite e perciò, se queste sono distribuite uniformemente lungo di essa, allora il prodotto capacità per induttanza è esprimibile dal prodotto della costanza dielettrica ε per la permeabilità magnetica μ del dielettrico tra i due conduttori. La seguente relazione lega la costante di fase β alla pulsazione ω:

$$\beta = \omega \cdot \sqrt{LC} = \omega \cdot \sqrt{\varepsilon\mu}$$

Poiché ε è il prodotto tra la costante dielettrica ε_r relativa al materiale usato e ε_0 che è la costante dielettrica del vuoto, e lo stesso vale per la costante di permeabilità magnetica μ, si ha allora che:

$$\beta = \omega \cdot \sqrt{\varepsilon_r \varepsilon_0 \mu_r \mu_0} = \omega \cdot \sqrt{\varepsilon_r \mu_r} \cdot \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$$

Esiste una relazione che lega la velocità della luce nel vuoto con la costante dielettrica e la permeabilità magnetica del vuoto:

$$Vluce = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

Perciò la velocità di fase si può esprimere come:

$$Vf = \frac{\omega}{\beta} = \frac{Vluce}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} = Vluce \cdot K$$

dove K è il nostro fattore di velocità.

Per un materiale dielettrico la costante μ_r vale circa 1, allora K si può calcolare come:

$$K = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}}$$

e per una linea in cavo coassiale assume un valore compreso tra 0.6 e 0.7.

Ora siamo pronti per fare la conoscenza del coefficiente di riflessione ρ. Si definisce coefficiente di riflessione in un punto generico della linea il rapporto tra le componenti riflessa e quella diretta della tensione in quel punto e fisicamente si può assimilare ad un indicatore di disadattamento. Dalla prima equazione dei telefonisti si può calcolare immediatamente il coefficiente di riflessione in un punto generico x:

$$\rho(x) = \frac{Vr(x)}{Vd(x)} = \frac{Vr(0)\, e^{j\beta x}}{Vd(0)\, e^{-j\beta x}} = \rho_0 \cdot e^{j2\beta x}$$

avendo indicato con ρ_0 il coefficiente di riflessione calcolato nel punto x=0 corrispondente al punto dove è posizionato il carico e cioè:

$$\rho_0 = \frac{Vr(0)}{Vd(0)}$$

Come si può notare il coefficiente di riflessione è un numero complesso la cui pulsazione ω vale 2β; vediamo di ricavarne il periodo. Trasformando la forma esponenziale del coefficiente di riflessione in forma trigonometrica si ottiene:

$$\rho(x) = \rho_0 \cdot e^{j2\beta x} =$$
$$= \rho_0 \cdot (\cos 2\beta x + j\,\text{sen } 2\beta x)$$

allora, poiché T=1/f si ha che

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2\beta} = \frac{\pi}{\beta} = \frac{\pi\lambda}{2\pi}$$

avendo sostituito β con

$$\frac{2\pi}{\lambda}$$

ottenuto da una relazione evidenziata in precedenza che esprimeva la lunghezza d'onda attraverso la velocità di fase Vf. Perciò il periodo T del coefficiente di riflessione vale:

$$T = \frac{\lambda}{2}$$

Questa importante relazione lega il periodo del coefficiente di riflessione alla lunghezza elettrica della linea. In pratica, ad ogni giro completo di 360 gradi corrispondenti alla pulsazione 2β del vettore coefficiente di riflessione, corrisponde uno spostamento lungo la linea di trasmissione di $\lambda/2$. Da questo già si riesce ad intuire che la lunghezza di linea da utilizzarsi perché si possa eseguire una lettura del rapporto di onde stazionarie del carico di antenna non falsato da alcuna trasformazione introdotta dalla linea, dovrà essere mezz'onda o multipli interi di essa.

Vediamo ora come esprimere l'impedenza Z in un punto generico x. Abbiamo visto che il coefficiente di riflessione ρ sul punto in cui è inserito il carico (x=0) vale:

$$\rho_0 = \frac{Vr(0)}{Vd(0)}$$

Perciò, utilizzando il coefficiente di riflessione, le equazioni dei telefonisti si possono riscrivere nella seguente forma:

$$V(x) = Vd \cdot (e^{-j\beta x} + \rho_0\, e^{j\beta x})$$

$$I(x) = \frac{Vd}{Zc} \cdot (e^{-j\beta x} - \rho_0\, e^{j\beta x})$$

Poiché l'impedenza in un punto generico x della linea vale:

$$Z(x) = \frac{V(x)}{I(x)}$$

se dividiamo la prima equazione per la seconda otteniamo

$$Z(x) = \frac{V(x)}{I(x)} = Z_c\,\frac{e^{-j\beta x} + \rho_0 \cdot e^{j\beta x}}{e^{-j\beta x} - \rho_0 \cdot e^{j\beta x}}$$

e dividendo il numeratore e denominatore per

$e^{-j\beta x}$

si ottiene

$$Z(x) = Z_c \cdot \frac{1 + \rho\,(x)}{1 - \rho(x)}$$

con $\rho(x) = \rho_0 \cdot e^{j2\beta x}$

che permette di calcolare l'impedenza in un punto generico della linea noto il coefficiente di riflessione e l'impedenza caratteristica Zc. Se si esplicita $\rho(x)$ in funzione di Z_c e $Z(x)$ si ottiene:

$$\rho(\chi) = \frac{Z(x) - Z_c}{Z(\chi) + Z_c}$$

In condizioni di adattamento perfetto, cioè quando l'impedenza di carico ZL è uguale a quella caratteristica, si ha che ρ_0 vale zero. Infatti, per x=0, si ha che l'impedenza Z(x=0) corrisponde alla ZL del carico e, sè $ZL=Z_c$, si ha il perfetto adattamento nel punto X=0.

Ora parliamo dei punti di massimo e minimo assunti dalla tensione e dalla corrente lungo la linea in modo da terminare poi con la definizione di rapporto di onde stazionarie e con le considerazioni pratiche sulla sua misura corretta in presenza di una linea di trasmissione che collega il trasmettitore all'antenna.

Per fare questo occorre innanzitutto ricordare come si calcola il modulo di un numero complesso partendo dalla sua forma trigonometrica. Dato un numero complesso in forma algebrica

$\bar{X} = a + j\,b$

è possibile calcolarsi il modulo e la fase (o argomento):

$$\text{MODULO} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\text{FASE} = \text{arctg}\,\frac{b}{a}$$

Il modulo è sempre positivo e usualmente si indica con $|X|$.

Un altro metodo per calcolare il modulo di un numero complesso è eseguire la radice quadrata del prodotto del numero complesso X per il suo coniugato e cioè:

$$\text{MODULO di } \bar{X} = |\bar{X}| = \sqrt{(a + jb)\cdot(a - jb)}$$

infatti il prodotto sotto radice vale:

$$a^2 + b^2 - jab + jab = a^2 + b^2$$

Data la tensione V(x) in un punto generico della linea, se eseguo il prodotto V(x) per il suo coniugato ottengo perciò il modulo $|V(x)|$ al quadrato.

$$|V(x)|^2 = (Vd\, e^{-j\beta x} + V_r\, e^{j\beta x}) \cdot (Vd\, e^{j\beta x} + V_r\, e^{-j\beta x})$$

Risparmiandovi i successivi passaggi si arriva alla forma finale:

$$|V(x)|^2 = |Vd|^2 \cdot (1 + |\rho_0|^2) + 2 \cdot |V_d|^2 \cdot |\rho| \cdot \cos\,[2\beta x + \text{fase}(\rho_0)]$$

Pertanto in condizioni di adattamento poiché $\rho_0=0$ si ha che:

$$|V(x)| = |V_d|$$

ed è costante in quanto il modulo non varia al variare del punto x sulla linea. In questo caso si dice che la linea è in regime di onda puramente progressiva cioè, in condizioni di adattamento tra l'impedenza caratteristica e quella di carico, l'unica componente della tensione presente è quella diretta Vd che si propaga muovendosi sulla linea dalla sorgente al carico. In caso contrario, quando esiste anche un minimo disadattamento tra la Zc e la ZL (ZL diverso da Zc), al termine costante se ne sovrappone un altro che però varia sinusoidalmente con la posizione x e in questo caso di dice che la linea è in condizioni di regime parzialmente stazionario. Infatti il secondo addendo della precedente relazione ha un andamento sinusoidale il che è tipico dei regimi stazionari cioè privi di propagazione.

Il caso limite in cui $\rho_0=1$ che corrisponde alla condizione di massimo disadattamento, si ha che:

$$|V(x)| = 2 \cdot |Vd| \cdot \cos\,[\beta x + \frac{\text{fase}(\rho_0)}{2}]$$

e quindi si vede che è presente solo il termine stazionario senza propagazione d'onda.

Vediamo adesso i punti di massimo e minimo. Se analizziamo il termine stazionario che varia con il coseno, potremo individuare due tipi di punti detti di massimi e minimi in corrispondenza dei quali la funzione coseno è rispettivamente uguale a 1 e uguale a - 1. Nei punti tali per cui:

(MASSIMO) $2\beta x + \text{fase}(\rho_0) = 2 K \pi$

l'ampiezza della tensione è massima e vale:

$|V|_{max} = |V_d| + |V_r|$

Invece i punti per cui l'ampiezza è minima sono quelli per cui:

(MINIMO) $2 \beta x + \text{fase}(\rho_0) = (2 K + 1) \pi$

e l'ampiezza vale:

$|V|_{min} = |Vd| - |Vr|$

K può assumere tutti i valori interi compreso lo zero. Siamo in dirittura di arrivo poiché da quanto appena visto è possibile calcolare la distanza tra due punti di massimo (o di minimo) successivi; infatti, se prendiamo la relazione dei massimi ed imponiamo per un punto x_0 il valore $K_0=0$ e per un punto successivo x_1 il valore $K_1=1$, otterremo che:

$$2 K_1 \pi - 2 K_0 \pi = 2 \beta x_1 - 2\beta x_0$$

$$\pi = 2\beta\Delta x$$

Perciò:

$$\Delta x = \frac{\pi}{\beta}$$

e sostituendo $\beta = 2 \pi / \lambda$ si ottiene

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2}$$

che rappresenta la relazione fondamentale cercata in quanto mostra che la distanza sulla linea tra due punti di massimo (e così pure di minimo) è esattamente mezza onda. Per completezza vediamo ora quanto dista un punto di massimo da uno di minimo precedente o successivo:

$$(2 K + 1) \pi - 2 K \pi = 2\beta x_{min} - 2\beta x_{max}$$

$$\pi = 2\beta\Delta x$$

perciò:

$$\Delta x = \frac{\pi}{2\beta}$$

e sostituendo $\beta = 2 \pi / \lambda$ si ottiene:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{4}$$

Cioè la distanza lungo la linea tra un punto di massimo e uno di minimo è $\lambda/4$. (K può assumere tutti i valori interi dispari). Quanto appena esposto è riconducibile anche alla corrente e si otterrà:

$$\text{(MINIMO) } |I|_{min} = \frac{1}{Z_c} \cdot (|Vd| - |V_r|)$$

$$\text{(MASSIMO) } |I|_{max} = \frac{1}{Z_c} \cdot (|Vd| + |V_r|)$$

La situazione può essere illustrata graficamente in modo molto intuitivo. Partendo dalle equazioni dei telefonisti nell'ultima forma vista contenente il coefficiente di riflessione per x=0, possiamo riscriverle nel seguente modo:

$$V(x) = Vd \cdot e^{-j\beta x} \cdot [1 + \rho(x)]$$

$$I(x) = \frac{Vd}{Z_c} \cdot e^{-j\beta x} \cdot [1 - \rho(x)]$$

per cui il modulo vale:

$$|V(x)| = |Vd| \cdot |1 + \rho(x)|$$

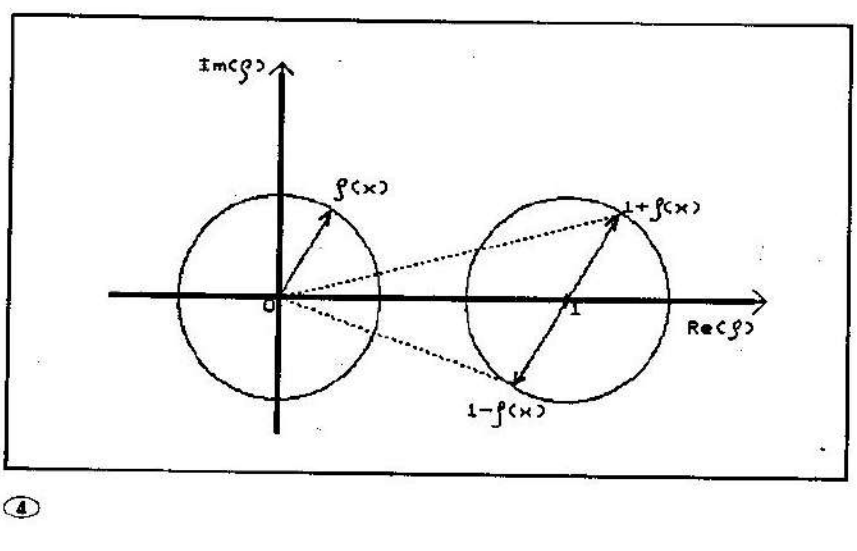
$$Z_c \cdot |I(x)| = |Vd| \cdot |1 - \rho(x)|$$

Se costruiamo un grafico in cui in ascissa abbiamo la parte reale di $\rho(x)$ (cioè $Re(\rho)$) e in ordinate quella immaginaria (cioè $Im(\rho)$) si vedrà che $\rho(x)$ descrive un cerchio centrato nell'origine e con raggio corrispondente al suo modulo che coincide a quello nel punto x=0 dove è presente il carico. Perciò l'andamento della funzione $1 + |\rho(x)|$ sarà il medesimo ma con il cerchio centrato sull'asse reale nel punto $Re(\rho)=1$. Graficamente il tutto è raffigurato in **figura 4.** Dal grafico è evidente il fatto che la tensione risulta massima nei punti in cui la corrente è minima e viceversa. Quanto detto descrive in modo definito il regime di onda parzialmente stazionaria che si stabilisce lungo la linea in presenza di disadattamento. È però possibile descrivere in modo molto più sintetico tale fenomeno attraverso la quantità:

$$ROS = \frac{|V|_{max}}{|V|_{min}}$$

detto Rapporto di Onda Stazionaria ROS o altrimenti chiamato con l'acronimo anglosassone SWR (Standing Wave Ratio).

L'utilità di questo parametro deriva dal fatto che è direttamente misurabile, in base alla sua definizione, mediante l'uso di semplici strumenti quali il ben noto misuratore di onde stazionarie o altrimenti detto "rosmetro" ed inoltre, attraverso il ROS, è pos-



4

sibile risalire direttamente al modulo del coefficiente di riflessione. Infatti, ricordando la definizione dei punti di massimo e minimo si ha che:

$$ROS = \frac{|Vd| + |Vr|}{|Vd| - |Vr|} = \frac{1 + |\rho(0)|}{1 - |\rho(0)|} = \frac{1 + |\rho(x)|}{1 - |\rho(x)|}$$

poiché il modulo di $\rho(0)$ è uguale a quello in un qualsiasi punto x della linea.

Come si vede il ROS può assumere valori compresi tra 1 (condizione di adattamento perfetto) ed infinito (massimo disadattamento) in quanto ρ può variare da 0 a 1.

Attraverso il rapporto di onde stazionarie è possibile calcolare l'impedenza nei punti di massimo e di minimo.

$$\text{(MASSIMO) } Z_i = \frac{V_{max}}{I_{min}} =$$

$$= \frac{|Vd| + |Vr|}{\frac{1}{Zc} \cdot (|Vd| - Vr|)} = ROS \cdot Z_c$$

e analogamente:

$$\text{(MINIMO) } Z_i \frac{V_{min}}{I_{max}} = \frac{Z_c}{ROS} =$$

Attraverso le relazioni riportate è possibile, partendo dal ROS calcolare l'impedenza in un qualsiasi punto della linea. Ricordate in ogni caso che un tronco di linea posto su di un carico non adattato, ne trasforma l'impedenza e questo fattore è fondamentale per le nostre applicazioni.

Ora vediamo gli aspetti e le applicazioni pratiche di quanto esposto.

Applicazioni

Come già detto precedentemente e dimostrato analiticamente, l'onda stazionaria è la risultante tra l'onda diretta, inviata dal trasmettitore all'antenna, e l'onda riflessa inviata dall'antenna verso il trasmettitore. Il termine STAZIONARIA significa che tale onda non si propaga lungo la linea ma staziona in modo permanente su di essa assumendo valori massimi e minimi in punti fissi e a distanze multiple di mezz'onda ($\lambda/2$). La situazione è descritta in **figura 5**. Questo implica che se l'antenna ha una impedenza diversa da quella del trasmettitore e della linea, il ROS misurato direttamente ai capi dell'antenna A1/A2, è diverso da 1 e quindi siamo in presenza di un disadattamento. La linea di trasmissione che si interpone tra il trasmettitore e l'antenna assume perciò una notevole importanza in quanto trasforma l'impedenza ZL propria dell'antenna facendo vedere ai capi T1/T2 del ricetrasmettitore un ROS diverso da quello reale. In pratica misurando il ROS direttamente all'uscita del ricetrasmettitore, avremo una indicazione falsata rispetto a quella reale misurabile ai capi dell'antenna. Ogni volta che montiamo una antenna eseguiamo la misura descritta ma nella realtà, quando la tariamo, ottimizziamo il ROS del sistema cavo + antenna e non solo di quest'ultima la cui impedenza può avere assunto un valore ben diverso da 50 Ohm (per esempio) richiesti. Questo implica un disadattamento ai capi A1/A2 dell'antenna e quindi una minore potenza irradiata. La soluzione che viene in mente immediatamente è quella di misurare ed ottimizzare il ROS a 1 direttamente ai capi dell'antenna e, se riuscissimo nell'intento, si potrebbe utilizzare un cavo di lunghezza qualsiasi.